

مقدمه مبانی حساب

نوشته گوتلوب فرگه

ترجمه منوچهر بدیعی

مقدمه

عدد چیست؟ چگونه می‌توان آن را تعریف کرد؟ آیا عدد با عمل انتزاع از اشیاء به دست می‌آید؟ آیا همانند رنگ خاصیتی است از اشیاء؟ فرگه در ۱۸۸۴ کتاب مبانی حساب را برای پاسخ بدین پرسشها و طرح و حل مسائل فلسفی دیگر نوشت. در این کتاب فرگه نخست پاسخهای فیلسوفان و ریاضی‌دانان معاصر با خود و پیش از خود را نقل و سپس نقد می‌کند. آنگاه در نیمه دوم کتاب آراء خود را که همه بدیع و آغازگر فصلی تازه در فلسفه ریاضی و منطق اند می‌آورد. آنچه این کتاب را شاهکار مسلمی در فلسفه ریاضی و فلسفه تحلیلی کرده است، گذشته از انبوه مطالب تازه و ژرف آن، سبک نگارش، زیبایی تقریر و قدرت تحلیل فرگه در توضیح مسائل است.

فرگه در مقدمه این کتاب ریاضی‌دانان را، بدین دلیل که تصور روشنی از مبانی علم خود ندارند و توجهی هم بدان نشان نمی‌دهند، سرزنش می‌کند. آنگاه دلیل این بی‌توجهی را دخالت پسیکولوژیسم در فلسفه و ریاضی می‌داند. سپس برخی نقصها و آفتهای پسیکولوژیسم و ایدئالیسم را که همه چیز را به ایده‌های ذهنی فرو می‌کاهد، برمی‌شمارد و در پایان روش‌شناسی خود را در سه اصل خلاصه می‌کند: جدا نگاه داشتن پسیکولوژیسم از منطق؛ پرسش از معنای کلمه در جمله و نه بیرون از آن؛ توجه به تمایز شیء از مفهوم. درک دقیق معنای این سه اصل مستلزم مطالعه دقیق مبانی حساب و آثار دیگر فرگه است. در مورد تمایز شیء از مفهوم، خواننده می‌تواند به مقاله «گوتلوب فرگه و تحلیل منطقی زبان» در همین شماره مراجعه کند. (ضیاء موحد)

هرگاه از کسی بپرسیم عدد یک چیست یا علامت ۱ چه مصداقی دارد، معمولاً در پاسخ می‌شنویم که «خوب، یک چیزی است». اگر در دنبال سخن خود بگوییم که گزاره «عدد یک، یک چیزی است.» تعریف به شمار نمی‌آید زیرا در یک سوی آن علامت معرفه [کسره اضافه و اژه عدد

در فارسی] و در سوی دیگر آن علامت نکره [واژه یک در جلو «چیز» و «ی» پس از آن] وجود دارد، یا بگوییم که این گزاره فقط عدد یک را در ردهٔ اشیاء قرار می‌دهد اما نمی‌گوید که کدام یک از اشیاء است، احتمال بسیار می‌رود که از ما بخواهند چیزی را - هر چه را که دلمان می‌خواهد - برگزینیم و آن را یک بخوانیم. اما، اگر هرکسی حق داشته باشد که از این نام [یک] هر چه دلش می‌خواهد بفهمد، آن وقت هر گزارهٔ واحدی دربارهٔ عدد یک برای مردمان گوناگون معانی گوناگون خواهد داشت و این‌گونه گزاره‌ها محتوای مشترکی نخواهند داشت. شاید کسانی باشند که از پاسخ‌گفتن به این پرسش سرباز زنند و بگویند که در مورد حرف a نیز که در حساب به کار می‌رود محال است بتوان معنایی گفت؛ و اگر بگوییم « a به معنای عددی است»، بر این نیز همان ایراد وارد است که بر تعریف «یک، یک چیزی است» وارد بود. البته سرباززدن از پاسخ‌گویی در مورد حرف a کاملاً بجاست: a به معنای عدد معینی نیست که بتوان آن را مشخص کرد، بلکه برای بیان کلیت گزاره‌های کلی به کار می‌رود. اگر در فرمول $a + a - a = a$ به جای a عددی بگذاریم، هر عددی که بخواهیم اما همه‌جا همان عدد را بگذاریم، همواره یک این‌همانی صادق به دست خواهیم آورد. حرف a به همین معنا به کار رفته است. اما در مورد یک، وضعیت اساساً فرق می‌کند. آیا در این همانی $1 + 1 = 2$ می‌توانیم به جای ۱ در هر دو جا همان شیء مثلاً «ماه» را بگذاریم؟ برخلاف، ظاهراً به نظر می‌رسد که هر چه به جای اولین ۱ بگذاریم به جای دومی چیز دیگری باید گذارد. چرا باید در این مورد کاری بکنیم که در مورد دیگر پاک نادرست است؟ از سوی دیگر، حساب فقط با حرف a کارش به انجام نمی‌رسد بلکه باید حرفهای دیگری را نیز (مانند b ، c و غیره) به کار گیرد تا روابط بین عددهای گوناگون را به صورت کلی بیان کند. پس طبیعی است که فرض کنیم علامت ۱ نیز، اگر به طرز مشابهی به کار رود تا کلیت گزاره‌ها را برساند، به تنهایی کافی نباشد. با این همه، شک نیست که عدد یک شیء معین خاصی به نظر می‌رسد با خصوصیتی که می‌توان آنها را مشخص کرد، مثلاً این خصوصیت که وقتی در خود ضرب می‌شود تغییری در آن راه نمی‌یابد. از این جهت، حرف a هیچ خاصیتی ندارد که بتوان آن را مشخص کرد. زیرا هر چه دربارهٔ حرف a گفته شود، خاصیت مشترک همهٔ عددهاست، در حالی که $1=1$ دربارهٔ ماه هیچ چیز نمی‌گوید. دربارهٔ خورشید و دربارهٔ صحرا و دربارهٔ قلعه

تنه‌ریفه^۱ نیز هیچ چیز نمی‌گوید؛ آخر معنای چنین گفته‌ای چه می‌توانست باشد؟

پرسشهایی از این قبیل حتی گریبان ریاضی‌دانان را نیز می‌گیرد که همگی یا غالب آنان هیچ پاسخ کافی برای آن در چنته ندارند. با این همه، آیا شرم‌آور نیست که علم ما دربارهٔ نخستین و

پرسابقه‌ترین موضوعهای خود تا این اندازه مبهم باشد، آن هم موضوعی که ظاهراً تا این اندازه ساده است؟ پس این امید اندکی است که بتوانیم بگوییم عدد چیست. اگر مفهومی که برای علمی والا تا این اندازه اساسی است دشواریهایی پدید آورد، پس وظیفهٔ میرم آن است که آن را با دقت بیشتری بررسی کنیم تا بر آن دشواریها غلبه کنیم؛ علی‌الخصوص که تا وقتی بینش ما دربارهٔ شالودهٔ کل ساختار علم حساب ناقص باشد در روشن ساختن عددهای منفی یا عددهای کسری یا مختلط مشکل بتوان موفق شد.

به یقین بسیار هستند کسانی که معتقدند این کار به زحمتش نمی‌ارزد. طبعاً ایسان گمان می‌کنند که در کتابهای درسی ابتدایی آنقدر که باید به این مفهوم پرداخته‌اند و موضوع در همان کتابها یکباره و تا ابد فیصله یافته است. کیست که قبول کند هنوز هم باید دربارهٔ موضوعی به این سادگی چیزی بیاموزد؟ مفهوم عدد صحیح مثبت را بیش از آن خالی از هر دشواری می‌دانند که شرح و تفصیلی از آن را که برای کودکان مناسب است بتوان کاری علمی و جامع دانست؛ و دیگر اینکه هر طفل مکتبی بی هیچگونه تفکر یا آشنایی بیشتر دربارهٔ آنچه دیگران اندیشیده‌اند هرچه را باید در این زمینه دانست می‌داند. پس در اینجا نخستین انگیزهٔ آموختن یکسره مفقود است - یعنی دانستن اینکه نمی‌دانیم. در نتیجه هنوز هم به ناپخته‌ترین نظرها خرسندیم. هر چند که از زمان هربارت^۱ نظر بهتری هم در دسترس بوده است. چه غم‌انگیز و نومیدکننده است که می‌بینیم چگونه کشفهایی که روزگاری به عمل آمده است بدین طرز در خطر آن است که بار دیگر از دست برود و چه بسیار کارها که مهمل گذارده شده است، زیرا ما خود را در چنان مرتبهٔ والایی می‌دانیم که دیگر نیازی نمی‌بینیم زحمت کشیده ثمرهٔ آن کارها را جذب کنیم. نیک می‌دانم که گلر من نیز در معرض همین خطر است. وقتی می‌بینیم محاسبه را «اندیشهٔ مجموعی مکانیکی»^۲ تعریف کرده‌اند، نمونهٔ بارزی از این ناپختگی را پیش چشم خود می‌بینیم. تردید دارم که آیا هیچ‌گونه اندیشه‌ای وجود دارد که مابازای این توصیف باشد. حتی می‌توان یک تخیل مجموعی را با اغماض پذیرفت؛ اما ربطی به محاسبه ندارد. جنبه‌های اساسی اندیشه همه‌جا یکی است: درست نیست که بگوییم قوانین اندیشه انواع متفاوتی دارد که متناسب با انواع متفاوت موضوعهای اندیشه است. تفاوتهایی که وجود دارد فقط در این است که اندیشه بیشتر مجرد باشد یا کمتر، کمتر به عوامل روانی و کمکهای خارجی مانند واژه‌ها یا شماره‌ها وابسته باشد یا بیشتر، و همچنین تفاوت تا اندازه‌ای در این است که ساختار مفهومی که در اندیشه دخیل

۱. Herbart، در مجموعه آثار: «دو به معنای دو چیز نیست بلکه به معنای دو برابر شدن است.» الخ.

۲. ازکی فیشر K. Fischer.

هستند تا چه اندازه ظریف یا زمخت باشد؛ اما درست از همین جهت است که ریاضیات می‌خواهد از تمام علوم دیگر، حتی از فلسفه، درگذرد.

در کتاب حاضر این نکته روشن خواهد شد که حتی استنتاجی مانند آنکه $n + 1$ را از n نتیجه‌گیری کنیم، هر چند که ظاهراً مختص ریاضیات است، اما بر شالوده قوانین عام منطق استوار است و نیز این نکته روشن خواهد شد که برای اندیشهٔ مجموعی نیاز به قوانین خاصی نیست. البته می‌توان با ارقام و اعداد به طور مکانیکی عمل کرد. چنانکه می‌توانیم مانند طوطی سخن بگوییم، اما چنین عملی دیگر لایق نام اندیشه نیست. آن عمل مکانیکی نیز تنها در صورتی میسر خواهد بود که علامتهای ریاضی در نتیجهٔ اندیشهٔ اصیل چنان پرورانده شده باشند که به اصطلاح به جای ما کار فکرکردن را انجام دهند. این بدان معنا نیست که اعداد به طرز مکانیکی عجیب و غریبی ساخته شده باشند، چنانکه مثلاً شن از دانه‌های کوارتز ساخته شده است. به نظر من ریاضی‌دانان باید به لحاظ مصلحت خود با نظریاتی از این قبیل مبارزه کنند. زیرا مسلم است که چنین نظریاتی موجب بی‌اعتباری موضوع اصلی پژوهشهای ریاضی‌دانان و همچنین بی‌اعتباری علم آنان خواهد شد. با این حال عباراتی از این قبیل حتی در آثار ریاضی‌دانان نیز یافت می‌شود. حقیقت یکسره عکس این است: چنانکه پس از این ناگزیر اذعان خواهیم کرد، مفهوم عدد از غالب مفاهیم علوم دیگر ساختار ظریفتری دارد هر چند که هنوز هم یکی از ساده‌ترین مفاهیم حساب است.

برای رفع این توهم که اعداد صحیح مثبت هیچ مشکلی پیش نمی‌آورند و دربارهٔ آنها میان همگان توافق حاصل است، طرح آن ریخته‌ام که پاره‌ای از نظریات ریاضی‌دانان و فیلسوفان را دربارهٔ موضوعهای مورد نظر نقادی کنم. خواهیم دید که میزان توافق آنان چه اندک است - چنان اندک که می‌بینیم هر حکمی دقیقاً با حکم دیگر متناقض است. فی‌المثل، پاره‌ای معتقدند که «واحدها با یکدیگر این‌همانی دارند»، دیگران معتقدند که چنین نیست و واحدها با یکدیگر تفاوت دارند و هر طرف برای گفتهٔ خود برهانهایی می‌آورد که بی‌درنگ نمی‌توان آنها را رد کرد. هدف من از این کار آن است که شوق به پژوهش دقیقتر را بیدار کنم. در عین حال این بررسی مقدماتی دربارهٔ آراء دیگران زمینه را برای بیان نظر خود من آماده می‌کند، بدین معنا که خواننده را از پیش قانع می‌کند که آن راههای دیگر به مقصد نمی‌رسند و چنین نیست که عقیدهٔ من فقط عقیده‌ای باشد در میان عقایدی که همهٔ آنها به یک اندازه اعتبار دارند؛ و امیدوارم بدین طریق بتوانم مسأله را دست‌کم از جهات اساسی آن، قطعاً فیصله دهم.

البته خود می‌دانم که مآلاً به مباحثی کشانده شده‌ام که بیش از آن فلسفی است که بتواند مورد

تأیید بسیاری از ریاضی‌دانان باشد؛ اما بررسی همه‌جانبه مفهوم عدد همواره ناگزیر تا اندازه‌ای جنبه فلسفی پیدا می‌کند. این بررسی، کاری است مشترک بین ریاضیات و فلسفه.

چه بسا که همکاری بین این دو علم، با آنکه از هر دو سو گامهای بسیار در راه این همکاری برداشته شده است، چندان که مطلوب و ممکن بوده ثمری به بار نیاورده باشد. اگر چنین باشد، علت آن به عقیده من غلبه روشهای استدلال روانشناسی در زمینه فلسفه بوده است که حتی به زمینه منطقی نیز سرایت کرده است. ریاضیات با این روال هیچ سر لطف ندارد و این خود نیک نیشان می‌دهد که چرا بسیاری از ریاضی‌دانان از استدلالهای فلسفی روگردانند. مثلاً وقتی استریکر^۱ تصوّرات ما را از اعداد پدیده‌ای موتوری می‌خواند و آنها را به احساسهای ماهیچه‌ای وابسته می‌داند، هیچ ریاضی‌دانی نمی‌تواند اعداد موردنظر خود را در چنین معرکه‌ای بازشناسد و نمی‌داند از کجا به دست و پنجه نرم کردن با چنین گفته‌ای آغاز کند. علم حساب که بر شالوده احساسهای ماهیچه‌ای استوار باشد بی‌شک بس هیجان‌انگیز خواهد بود اما همچون شالوده خود سراپا مبهم خواهد بود. نه، علم حساب نه کاری به کار احساسها دارد نه کاری به کار تصویرهای ذهنی که از آثار درهم‌برهم‌شده تأثرات حسی نخستین ترکیب شده باشند. این مراحل آگاهی همه ذاتاً پرنوسان و نامعین است و با معین بودن و ثبات مفاهیم و اشیاء ریاضیات در غایت تضاد است. البته شاید پژوهش درباره تصوّرات و دگرگونیهای تصوّرات که در جریان تفکر ریاضی پیش می‌آید فایده‌هایی داشته باشد؛ اما روانشناس نباید خیال کند که می‌تواند از هیچ لحاظ هیچ مددی به شالوده ریاضیات برساند. در نظر ریاضی‌دان، به اعتبار آنکه ریاضی‌دان است، این گونه تصویرهای ذهنی و منشأ و دگرگونیهای آنها هیچ اهمیتی ندارند. استریکر خود می‌گوید تنها تصویری که در ذهن او با واژه «صد» تداعی می‌شود همان علامت ۱۰۰ است. دیگران ممکن است تصور حرف «ص» یا چیز دیگری را تداعی کنند؛ آیا نمی‌توان نتیجه گرفت که این‌گونه تصویرهای ذهنی تا آنجا که به ما و نکات اساسی مسأله ما مربوط می‌شود، یکسره بی‌اهمیت و فرعی هستند - یعنی به اندازه گچ و تخته سیاه فرعی هستند و برآستی در خور آن نیستند که نام تصوّر عدد صد بر روی آنها بگذاریم؟ پس هرگز نباید فرض را بر این بگذاریم که اساس مسئله در این‌گونه تصوّرات نهفته است. هرگز نباید توصیف منشأ یک تصوّر را به جای تعریف قبول کنیم یا شرح اوضاع و احوال ذهنی و جسمی را که در آن اوضاع و احوال از گزاره‌ای آگاه می‌شویم به جای برهان آن گزاره بپذیریم. درباره هر گزاره‌ای می‌توان اندیشید و همچنین آن گزاره ممکن است صادق باشد؛ این دو امر را هرگز نباید با یکدیگر خلط کنیم. همواره باید این را به یاد داشته

باشیم که همان‌گونه که به صرف آنکه ما چشمهای خود را ببندیم وجود خورشید پایان نمی‌گیرد، صرف اینکه ما درباره‌ی گزاره‌ای نیندیشیم نیز سبب نمی‌شود که صدق آن پایان گیرد. اگر غیر از این بود، در موقع اثبات قضیه فیثاغورس ناگزیر می‌شدیم جایی هم برای میزان فسفر مغز بشر باز کنیم؛ و منجمان دست و دلشان می‌لرزید که درباره‌ی گذشته‌ی دور به هیچ‌گونه نتیجه‌گیری دست یازند مبادا متهم شوند که گذشت زمان را از نظر دور داشته‌اند - و دودوتا را چهارتا حساب کرده‌اند بدون آنکه در نظر گیرند که تصور ما از عدد نتیجه‌ی تکامل است و تاریخی در پشت آن نهفته است. ممکن بود شک کنند که تا آن زمان، در گذشته‌های دور، شاید تصور عدد آن اندازه پیشرفت نکرده بوده است. چگونه می‌توانند ادعا کنند که می‌دانند در عهد دقیانوس نیز گزاره $2 \times 2 = 4$ وجود داشته است؟ آیا احتمال نمی‌رود موجودات آن زمان گزاره $2 \times 2 = 5$ را درست می‌دانسته‌اند که در نتیجه‌ی تکامل آن از طریق روند انتخاب طبیعی در تنازع بقا گزاره $2 \times 2 = 4$ بعداً حاصل شده است؟ چه بسا بتوان گفت که خود گزاره $2 \times 2 = 4$ نیز سرنوشتش آن است که به همان

شیوه به گزاره $2 \times 2 = 3$ تکامل یابد! *Est Modus in rebus, sunt certi denique fines!*

برداشت تاریخی، با این هدف که ببینیم چیزها چگونه آغاز شده و از منشأ آنها به ماهیت آنها پی‌بریم بی‌شک کاملاً بجاست؛ اما محدودیت‌هایی هم دارد. اگر همه چیز مدام در سیلان می‌بود و هیچ چیز خود را در همه‌ی زمانها ثابت نگاه نمی‌داشت، دیگر دانستن هیچ چیز درباره‌ی جهان ممکن نمی‌شد و همه چیز در اغتشاش فرو می‌رفت. ظاهراً ما خیال می‌کنیم که مفاهیم در ذهن شخص همچون برگ بر درخت می‌روید و گمان می‌بریم با بررسی زایش آنها می‌توانیم ماهیت آنها را کشف کنیم، از این رو در صدد برمی‌آییم تا مفاهیم را براساس روانشناسی و در چارچوب ماهیت ذهن بشر تعریف کنیم. اما چنین توصیفی همه چیز را ذهنی می‌سازد و اگر آن را تا پایان دنیال کنیم، از حقیقت دور خواهیم شد. آنچه ما آن را تاریخ مفاهیم می‌شماریم، در واقع یا تاریخ علم ما به مفاهیم است یا تاریخ معانی واژه‌هاست. غالباً بشر فقط پس از تلاش فکری عظیمی که ممکن است صدها سال ادامه داشته باشد سرانجام توفیق می‌یابد از مفهومی به صورت خالص آگاه شود و حشو و زواید نامربوطی را که آن مفهوم را از چشم ذهن پوشیده نگاه می‌دارد بزداید. پس چه باید گفت درباره‌ی کسانی که در مواردی که این کار کامل نشده است به جای پیش‌بردن آن از آن بیزاری می‌جویند، روانه‌ی مهد کودک می‌شوند یا خود را در دورانهایی از تکامل بشر که دورتر از آن به تصور نمی‌آید دفن می‌کنند تا در آنجا مانند جان استوارت میل علم حساب کلوچه‌ای یا سنگریزه‌ای کشف کنند! همین مانده است که از طعم نان هم معنای خاصی به مفهوم عدد نسبت دهند. چنین روشی حتماً درست خلاف جهت عقل است و در هر حال آن‌قدر

غیرریاضی است که از آن بیشتر نمی‌شود. عجب نیست که ریاضی‌دانان به این روش پشت می‌کنند. آیا مفاهیم، همچنان که ما به سرچشمه‌های مفروض آنها نزدیک می‌شویم خود را به طرز خالص خاصی آشکار می‌کنند؟ هرگز چنین نیست؛ ما همه چیز را چنان می‌بینیم که گویی از میان مِه دیده‌ایم، محو و نامشخص. مثل آن است که هرکس می‌خواهد چیزی دربارهٔ امریکا بداند ناچار باشد سعی کند خود را در وضعیت کریستف کلمب قرار دهد، آن هم در زمانی که کریستف کلمب نخستین بار به منظر مبهم و مشکوک جایی نظر کرد که گمان می‌برد هندوستان است. البته این قیاس چیزی را ثابت نمی‌کند؛ اما امیدوارم نکته‌ای را که می‌خواهم بگویم روشن کند. چه بسا که تاریخ کشفهای نخستین موضوع پرفایده‌ای برای بررسی باشد و مقدمهٔ پژوهشهای دیگر قرار گیرد؛ لکن نباید جای آن پژوهشها را غصب کند.

تا جایی که پای ریاضی‌دانان در کار است، حمله به چنین نظریاتی کمتر ضرورت دارد، اما من بحث را طوری طرح‌ریزی کرده‌ام که هر نزاعی را حتی الامکان به عرصهٔ فیلسوفان نیز بکشانم. چندان که ناگزیر شدم قدری هم وارد رشتهٔ روانشناسی شوم، حتی اگر برای دفع هجوم آن به ریاضیات باشد.

از سوی دیگر، حتی متون ریاضی نیز گاهی به وادی روانشناسی می‌لغزند. در مواردی که نویسنده خود را ناگزیر می‌بیند تعریفی به دست دهد اما نمی‌تواند، رو به آن می‌آورد که دست‌کم راه رسیدن به شیء یا مفهوم موردنظر را وصف کند. این‌گونه موارد را از آنجا به آسانی می‌توان شناخت که نویسنده در دنبالهٔ بیان مطلب خود دیگر به آن وصفها اشاره‌ای نمی‌کند. توضیحات مقدماتی برای مقاصد آموزشی بی‌شک کاملاً بجاست؛ اما این‌گونه توضیحات را همواره باید از تعریفها تمیز داد. نمونهٔ مفرح‌موردی که حتی ریاضی‌دانان ممکن است میانی برهان را با شرطهای ذهنی یا جسمی، که باید برای آوردن برهان تحقق یابد، اشتباه کنند، در کتاب ای. شرودر^۱ دیده می‌شود. وی در زیر عنوان «اصل ویژه» این مطلب را از خودش درمی‌آورد: «اصلی را که در ذهن دارم می‌توان اصل ثابت نمادی نامید. این اصل ضامن آن است که در سراسر استدلالها و قیاسهای ما نمادها در حافظهٔ ما - یا، بهتر از آن - بر روی کاغذ ثابت بماند.» و قس علی هذا.

امری که برای ریاضی‌دانان اهمیتش کمتر از ردّ هرگونه کمک از سوی روانشناسی نیست، اذعان به پیوند نزدیک آن با منطق است. من حتی تا حدّ قبول این نظر پیش می‌روم که جداکردن ریاضیات و منطق به طور قاطع محال است. این اندازه را همه قبول دارند که هرگونه پژوهشی

درباره قوت برهان یا توجیه هر تعریفی در حوزه منطق است. اما این‌گونه پژوهشها را نمی‌توان از حوزه ریاضیات بیرون کرد زیرا تنها از راه پاسخگویی به آنهاست که می‌توانیم به یقین لازم برسیم.

بی‌شک من در این جهت بیش از اندازه متعارف جلو می‌روم. در پژوهشهایی از این قبیل، اغلب ریاضی‌دانان به آن بسنده می‌کنند که نیازهای فوری خود را برآورند. اگر معلوم شود که تعریفی در برهانها جا می‌افتد، اگر در هیچ‌جا تناقضی نبینند و اگر بین موضوعهایی که ظاهراً دور از یکدیگرند پیوندهایی آشکار گردد و این خود باعث پیشرفتی در زمینه نظم و ترتیب گردد، معمولاً تعریف را محرز می‌دانند و دیگر درباره توجیه منطقی آن چندان پرس و جویی نمی‌کنند. این روش دست‌کم این حسن را دارد که به خطارفتن تیرشان دشوارتر می‌شود. من حتی با تعریفهایی موافق هستم که ارزش آنها در مفیدبودن آنهاست: باید بتوانیم این تعریفها را در ساختن برهانها به کار ببریم. اما باز هم این نکته را باید در نظر داشت که تا وقتی تعریفها را فقط به صورت نوعی دلیل تراشی به صرف آنکه با هیچ تناقضی روبرو نشده‌ایم توجیه می‌کنند، قوت برهان توهمی بیش نیست ولو آنکه در زنجیره قیاسهای ما هیچ حلقه‌ای هم مفقود نباشد. با این روشها ما در پایان کار به چیزی جز یقین تجربی نمی‌رسیم و حتماً باید این امکان را در نظر داشته باشیم که هنوز هم ممکن است در پایان با تناقضی روبرو شویم که تمامی بنا را درهم فرو ریزد و بران کند. به این دلیل من خود را ملزم دیده‌ام که تا اندازه‌ای بیش از آنچه که شاید اغلب ریاضی‌دانان لازم می‌شمارند به موضوع مبانی عمومی منطقی این علم بازگردم.

در پژوهشی که خواهد آمد، به سه اصل اساسی پایبند بوده‌ام:

همواره امر روانی را از امر منطقی و امر ذهنی را از امر عینی قاطعانه جدا نگاه دارم؛

هیچ‌گاه معنای واژه‌ای را به طور جداگانه جستجو نکنم بلکه فقط در متن یک گزاره بجویم؛

هیچ‌گاه فرق مفهوم و شیء را از نظر دور ندارم.

برای رعایت اصل اول، واژه «تصور» را همواره در معنای روانشناختی آن به کار برده‌ام و تصورات را از مفاهیم و اشیاء متمایز کرده‌ام. اگر اصل دوم را رعایت نکنیم همواره ناگزیر خواهیم بود تصویبهای ذهنی یا کارهای ذهن فرد را به جای معانی واژه‌ها بپذیریم و بدین صورت اصل اول را نیز زیر پا بگذاریم. و اما درباره اصل سوم، این توهم صرف است که گمان کنیم می‌توانیم مفهوم را بی‌آنکه تغییری در آن بدهیم به شیء بدل کنیم. از این گفته این نتیجه حاصل می‌شود که نظریه فرمالیستی اعداد کسری، منفی و غیره که جانبداران زیادی دارد بی‌پایه است. در این کتاب فقط می‌توانم به نظر خود درباره اصلاح آن نظریه اشاره‌ای بکنم. موضوع درباره این‌گونه عددها

نیز، مانند اعداد صحیح مثبت، آن است که معنای این همانی را مشخص کنیم. گمان می‌کنم نتایجی که به دست آورده‌ام، دست‌کم در اساس، نظر موافق ریاضی‌دانانی را جلب کند که زحمت توجه به استدلالهای مرا بر خود هموار می‌کنند. به نظر من، بذری این استدلالها در هوا پراکنده است و چه بسا هرکدام از آنها یا چیزی شبیه به آن به تنهایی پیش از این هم مطرح شده باشد؛ هر چند که شاید مطرح کردن آنها در ارتباط با یکدیگر، چنانکه در اینجا مطرح می‌شود، هنوز هم کار تازه‌ای باشد. اغلب اوقات من دچار شگفتی شده‌ام که می‌بینم نویسندگانی که در یک مورد به رأی من بسیار نزدیک هستند در سایر موارد به شدت از رأی من دور می‌شوند.

اینکه فیلسوفان استدلالهای مرا چگونه بپذیرند بستگی دارد به وضع کلی عقاید آنان؛ اما احتمال می‌رود آن عده از تجربه‌گرایان که استقراء را تنها روند اصیل استنتاج می‌دانند (و حتی در این خصوص نیز آن را روند استنتاج نمی‌دانند بلکه نوعی روند تکوین عادت می‌شمارند) استدلالهای مرا کمتر از همه پسندند. شاید تک‌وتوکی از آنان از این فرصت بهره‌جویند و بار دیگر مبانی نظریه شناخت خود را بررسی کنند. در پاسخ آنان که دلشان می‌خواهد تعریفهای مرا بدین عنوان که غیرطبیعی است مورد انتقاد قرار دهند می‌گویم که مسأله در اینجا طبیعی بودن یا نبودن آنها نیست بلکه مسأله آن است که این تعریفها به لبّ مطلب برسند و از لحاظ منطقی ایرادناپذیر نباشند.

این امید را به دل راه می‌دهم که حتی فیلسوفان نیز، اگر آنچه را نوشته‌ام بی‌پیشداوری بررسی کنند، در آن چیزی بیابند که به کار آنان بخورد.

* این مقاله ترجمه‌ای است از مقدمه کتاب:



پښتونستان د علومو او مطالعات فریښی
پرتال جامع علوم انسانی